

Herleitung eines Oberwellenspektrum mit konstantem Pegel

Emil Obermayr, DD3AH

2018-05-01

Zusammenfassung

Um im Bereich der Kurzwelle mit Hilfe eines so genannten Eichmarkengebers einen gleichmässigen „Lattenzaun“ von Kalibrier-Signalen z.B. alle 100kHz zu haben kann man die 100kHz mit kurzen Pulsen erzeugen. Die Schaltung ist in [1] beschrieben. Warum das so funktioniert wird hier mathematisch aus der Fourier-Reihe hergeleitet. [Links aktualisiert: 2024-02-12]

1 Einleitung

Bei einem Signal, welches spiegelsymmetrisch zu $x=0$ ist, muss nur die Kosinus-Komponente berücksichtigt werden. In der einfachen Darstellung, dass das Signal auf Nullpegel zurück geht und der Puls den Pegel 1 hat, vereinfacht sich die Darstellung aus [2] deutlich.

2 Kosinus-Reihe

Mit Index der Oberwelle k , Pegel der Oberwelle a_k und Zeit t : Fourier-Reihe eines Puls mit Breite b von 0 auf 1, symmetrisch um $x=0$:

$$a_k = 1/\pi \int_{-b/2}^{+b/2} (\cos(kt)) dt \quad (1)$$

$$= 1/\pi k [\sin(kt)]_{-b/2}^{+b/2} \quad (2)$$

$$= 2/\pi k \sin(bk/2) \quad (3)$$

$$= b/\pi \quad (4)$$

Mit $-\sin(-x) = \sin(x)$ kommen wir zu (3). Mit der großzügigen Annahme dass für eine Fünftel Periode $\sin(x) \approx x$ hinreichend erfüllt ist, kommen wir zu (4). Damit wird die Höhe der Pulse im Spektrum bis zu einer Frequenz $f_{max} = kf$ konstant.

Die Pulsbreite b ergibt sich mit dieser Annahme bezogen auf die Periodendauer der Grundfrequenz f zu:

$$bk/2 = 2\pi/5 \Leftrightarrow \quad (5)$$

$$b = \frac{4\pi}{5k} \quad (6)$$

Nun kann man noch die Frequenzen für $k = f_{max}/f$ einsetzen und durch $2\pi f$ teilen um die Pulsbreite als Zeit zu erhalten:

$$b' = \frac{b}{2\pi f} = \frac{2f}{5ff_{max}} = \frac{2}{5f_{max}} \quad (7)$$

3 Ergebnis

Ein wenig erstaunlich ist, dass die Pulsbreite nicht von der Grundfrequenz f abhängt. Sie beeinflusst lediglich, wie sich die Energie des Pulses über der Zeit auf die Pegel der Pulse über der Frequenz verteilt.

Für $f_{max} = 40$ MHz ergibt sich also eine Pulsbreite von 10ns. Die Zeitverzögerung eines normalen Logikgatter reicht also leicht aus, um die Kurzwelle mit so einem „Lattenzaun“ zu überstreichen.

Literatur

[1] <https://p34.meindarc.de/?p=2134>

[2] https://de.wikipedia.org/wiki/Fourierreihe#Darstellung_in_Sinus-Kosinus-Form